

Puissances

Webmestre@Seine-et-maths

2023-2024

En classe, nous avons évoqué le mathématicien Italien Leonardo Fibonacci.

1 Puissance d'exposant entier positif

Définition 1 a désigne un nombre relatif et n désigne un nombre entier plus grand que 1. Alors

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}} = a^n$$

est le produit de n facteurs tous égaux à a .

a^n est une **puissance** de a et se lit " **a exposant n** " ou " **a puissance n** ".

Exemples : $\diamond 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6$ (" 4 exposant 6 ") ;

$\diamond (-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$.

Cas particuliers : $\diamond a^2 = a \times a$ se lit " a au carré" ;

$\diamond a^3 = a \times a \times a$ se lit " a au cube" ;

$\diamond a^1 = a$;

$\diamond a^{-1} = \frac{1}{a}$: c'est l'inverse de a ;

\diamond par convention, $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$).

2 Puissance d'exposant entier négatif

Définition 2 a désigne un nombre relatif non nul et n désigne un nombre entier plus grand que 1. Alors

$$\frac{1}{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a \times a}_{n \text{ facteurs}}} = a^{-n}.$$

a^{-n} désigne donc l'inverse de a^n .

Exemples : $\diamond \frac{1}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{6^3} = 6^{-3}$ (se lit "6 exposant -3");
 $\diamond 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0,01$.

3 Cas particulier : puissances de 10

Propriété 1 *Si n désigne un nombre entier plus grand que 1,*

$$\underbrace{10 \cdots 0}_{n \text{ zéros}} = 10^n.$$

Exemples : $\diamond 10^2 = 10 \times 10 = 100$;
 $\diamond 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$;
 $\diamond 10^6 = 1000000$: c'est un million;
 $\diamond 10^9 = 1000000000$: c'est un milliard.

Propriété 2 *Si n désigne un nombre entier plus grand que 1,*

$$\underbrace{0,0 \cdots 01}_{n \text{ zéros}} = 10^{-n}.$$

Exemples : $\diamond 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01$: c'est un centième;
 $\diamond 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$: c'est un millième.

Propriété 3 *Si m et n désignent deux nombres entiers relatifs :*

- $\diamond 10^m \times 10^n = 10^{m+n}$;
- $\diamond \frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$;
- $\diamond (10^m)^n = 10^{m \times n}$.

Exemples : $\diamond 10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$;
 $\diamond \frac{10^9}{10^5} = 10^{9-5} = 10^4$;
 $\diamond (10^6)^2 = 10^{6 \times 2} = 10^{12}$.

4 Notation scientifique d'un nombre décimal

Définition 3 *La notation scientifique d'un nombre décimal positif est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal supérieur ou égal à 1 et strictement inférieur à 10, et n un nombre entier relatif.*

Exemples : \diamond la notation scientifique du nombre 456,78 est $4,5678 \times 10^2$;
 \diamond la notation scientifique du nombre 0,0064 est $6,4 \times 10^{-3}$.

L'exposant fournit un ordre de grandeur du nombre :

Puissance de 10	Préfixe	Symbole
10^{12}	Téra	T
10^9	giga	G
10^6	méga	M
10^3	kilo	k
10^2	hecto	h
10^1	déca	da
10^{-1}	déci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n

Pour les chercheurs en herbe

Trouve l'unique nombre dont le carré et le cube épuisent une seule fois tous les chiffres.