

Opérations avec les nombres relatifs

Webmestre@Seine-et-maths

2023-2024

En classe, nous avons évoqué l'astronome et mathématicien Indien Aryabhata.

1 Additionner ou soustraire des nombres relatifs

Définition 1 Deux nombres relatifs sont dits *opposés* lorsqu'ils ont la même distance à zéro et qu'ils sont de signes contraires.

Exemples : \diamond l'opposé de 7 est -7 ;
 \diamond 2, 4 est l'opposé de $-2, 4$.

Questions ouvertes (ne pas écrire) : \diamond si a et b sont deux nombres relatifs, qui est l'opposé de $a - b$?
 \diamond que peut-on dire de l'opposé de l'opposé d'un nombre ?

Moyen de se rappeler de la loi des signes, qui permet de simplifier une addition ou une soustraction de nombres relatifs :

- \diamond les amis (+) de mes amis (+) sont mes amis (+) ;
- \diamond les ennemis (-) de mes amis (+) sont mes ennemis (-) ;
- \diamond les amis (+) de mes ennemis (-) sont mes ennemis (-) ;
- \diamond les ennemis (-) de mes ennemis (-) sont mes amis (+).

Exemples : $\diamond (-2) - (+7) = -2 - 7 = \underline{-9}$;
 $\diamond (-2) + (-7) = -2 - 7 = \underline{-9}$;
 $\diamond (-2) - (-7) = -2 + 7 = \underline{5}$;
 $\diamond (-2) + (+7) = -2 + 7 = \underline{5}$.

2 Multiplier des nombres relatifs

Propriété 1 (Loi des signes) \heartsuit *Le produit de deux nombres positifs est un nombre positif.*

Le produit d'un nombre positif par un nombre négatif est un nombre négatif.

Le produit de deux nombres négatifs est un nombre positif.

Moyen de se rappeler de la loi des signes :

*s'il est vrai (+) de dire qu'il pleut (+), c'est qu'il pleut (+) ;

*s'il est faux (-) de dire qu'il pleut (+), c'est qu'il ne pleut pas (-) ;

*s'il est vrai (+) de dire qu'il ne pleut pas (-), c'est qu'il ne pleut pas (-) ;

*s'il est faux (-) de dire qu'il ne pleut pas (-), c'est qu'il pleut (+).

Méthode 1 *Pour multiplier deux nombres relatifs, on détermine le signe du produit à l'aide de la loi des signes, et on multiplie les distances à zéro des deux nombres.*

Exemples : $\diamond 3 \times 5 = 15$;

$\diamond (-2) \times 12 = -24$;

$\diamond 8 \times (-7) = -56$;

$\diamond (-4) \times (-25) = 100$.

Propriété 2 *Le produit d'un nombre par -1 est égal à son opposé.*

Exemples : $\diamond 6 \times (-1) = -6$; $\diamond (-1) \times (-9,87) = 9,87$.

Propriété 3 *Le produit de plusieurs nombres relatifs est :*

**positif s'il y a un nombre pair de facteurs négatifs ;*

**négatif s'il y a un nombre impair de facteurs négatifs.*

Question ouverte : *démontre que la propriété 3 est une conséquence de la loi des signes.*

Exemples : \diamond le produit $(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ est positif car il y a 4 facteurs négatifs, or 4 est un nombre pair ;

\diamond le produit $(-2) \times 5 \times (-4) \times 3 \times (-2)$ est négatif car il comporte 3 facteurs négatifs.

3 Diviser des nombres relatifs

Propriété 4 *Le quotient d'un nombre relatif par un nombre (non nul) de même signe est un nombre positif.*

Le quotient d'un nombre relatif par un nombre (non nul) de signe contraire est un nombre négatif.

Exemples : $\diamond 54 \div 9 = 6$;

$\diamond (-6) \div 2 = -3$;

$\diamond 48 \div (-6) = -8$;

$\diamond (-60) \div (-15) = 4$.

Remarque : on peut calculer des valeurs approchées d'un quotient qui ne se termine pas : par exemple la calculatrice nous donne $(-8) \div 7 = -1,142857143 \dots$. La valeur approchée de ce quotient :

- ◇ **par défaut au dixième près** est $-1,2$;
- ◇ **par excès au dixième près** est $-1,1$;
- ◇ **par défaut au centième près** est $-1,15$;
- ◇ **par excès au centième près** est $-1,14$.

⊕ **Bonus :** as-tu remarqué quelque-chose à propos des décimales de $(-8) \div 7$? Cela fonctionne-t-il aussi avec d'autres divisions par 7?

Pour les chercheurs en herbe :

- ◇ trouve le résultat de

$$1 + (-2) + 3 + (-4) + \dots + 99 + (-100).$$

- ◇ viens me demander une fiche contenant des carrés magiques à résoudre!