

# Rotations et homothéties

Webmestre@Seine-et-maths

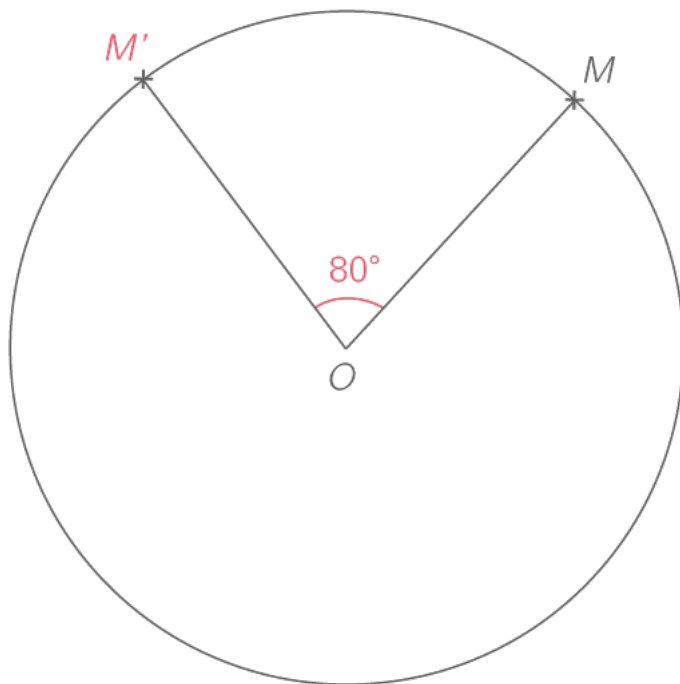
2023-2024

*En classe, nous avons évoqué le philosophe et mathématicien Français René Descartes.*

## 1 Rotations

**Définition 1** Transformer un point ou une figure par *rotation*, c'est faire tourner ce point ou cette figure autour d'un centre et selon un angle.

**Exemple :**



Le point  $M'$  est l'image du point  $M$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $80^\circ$  dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

**Méthode 1** Pour contruire  $M'$ , l'image de  $M$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\alpha$ , dans le sens inverse des aiguilles d'une montre :

◇ on trace une demi-droite  $[Ox)$  telle que  $\widehat{MOx} = \alpha$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ; ◇ on trace un arc de cercle de centre  $O$  passant par  $M$ , qui intersecte  $[Ox)$  en  $M'$ .

**Propriété 1** ◇ \*L'image de  $O$  par une rotation de centre  $O$  est le point  $O$  ;  
◇ la rotation de centre  $O$  et d'angle  $180^\circ$  est la **symétrie centrale** de centre  $O$ .

## 2 Homothéties

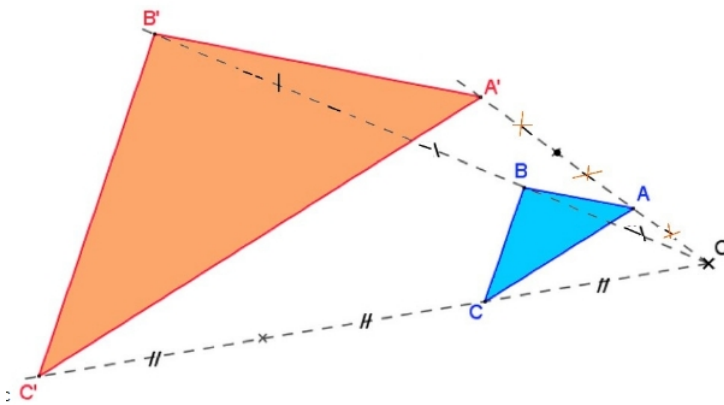
**Définition 2** Transformer une figure par **homothétie**, c'est créer l'image de cette figure par rapport à un centre  $O$  (qui est un point du plan) et un rapport  $k$  (qui est un nombre).

**Méthode 2** Pour construire l'image  $A'$  d'un point  $A$  par rapport à une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$  :

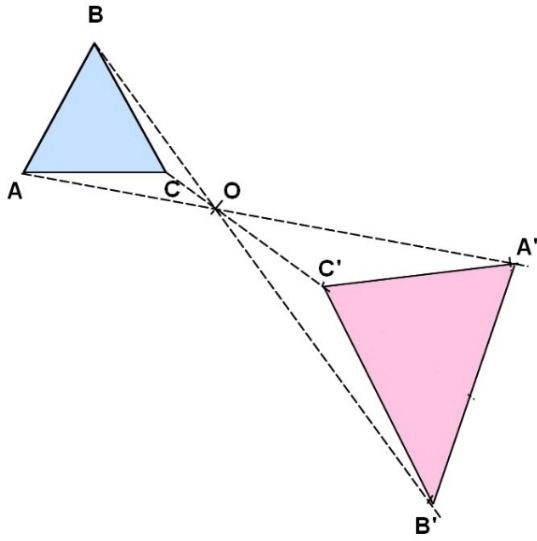
◇ si  $k$  est positif : on place le point  $A'$  appartenant à  $[OA)$  tel que  $OA' = k \times OA$  ;  
◇ si  $k$  est négatif : on place le point  $A'$  appartenant à  $[AO)$  tel que  $OA' = -k \times OA$ .

**Propriété 2** Un point, son image par une homothétie et le centre de l'homothétie sont alignés.

**Exemples :** ◇ ci-dessous,  $A'B'C'$  est l'image de  $ABC$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 3 :



◇ ci-dessous,  $A'B'C'$  est l'image de  $ABC$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$  :



**Remarques :** \*une homothétie de rapport 1 n'effectue aucune transformation ;  
\*une homothétie de rapport  $-1$  est une symétrie centrale.

## Pour les chercheurs en herbe

Si cela t'intéresse, passe me demander une fiche défi sur le mystérieux nombre d'or.